

CAMILLA PIANTA

Il tempo, lo spazio e il destino dell'universo

UNIVERSITÀ

Indice

p. 7 Elenco delle figure

9 Capitolo 1

Spazio e tempo in fisica classica

1.1. Dall'aristotelismo alla meccanica newtoniana, 9

1.2. Dal principio di relatività galileiano all'invarianza della velocità della luce, 13

21 Capitolo 2

Nascita ed evoluzione del concetto di spazio-tempo in relatività ristretta

2.1. I postulati della relatività ristretta, 21

2.2. Trasformazioni di Lorentz e intervalli spazio-temporali, 25

2.3. Diagramma di Minkowski e cono di luce, 30

2.4. Verso la relatività generale: il relazionismo di Einstein, 32

39 Capitolo 3

Spazio-tempo curvo. La nuova entità geometrica della relatività generale

3.1. Gli assiomi della relatività generale, 39

3.2. Formalismo matematico della relatività generale, 43

3.3. Equazioni di Einstein, 73

3.4. Una teoria deterministica: «Dio non gioca a dadi con l'universo», 85

p.	87	Capitolo 4
		<i>Buchi neri e macchine del tempo</i>
	4.1.	Dalle stelle oscure ai buchi neri di Schwarzschild, 87
	4.2.	Estensioni e rappresentazioni globali, 90
	4.3.	<i>Wormholes</i> per viaggiare nello spazio-tempo, 100
	115	Capitolo 5
		<i>Universi paralleli. Un'alternativa al viaggio nel tempo?</i>
	5.1.	Il multiverso e i suoi livelli: la teoria di Tegmark, 115
	5.2.	Greene: il multiverso come pluralità di universi teorici indipendenti, 123
	129	Capitolo 6
		<i>Cosmologie non standard. Modelli ciclici di universo</i>
	6.1.	Modello cosmologico del Big Bang, 129
	6.2.	Universi ciclici, eredità dei modelli oscillanti, 139
	6.3.	Cosmologia ciclica conforme, 146
	6.4.	Selezione cosmologica naturale, 149
	155	Capitolo 7
		<i>Gravità quantistica. Un ponte tra macroscopico e microscopico</i>
	7.1.	Il Modello Standard delle particelle elementari, 159
	7.2.	Termodinamica dei buchi neri e radiazione termica di Hawking, 173
	7.3.	Teoria delle stringhe, 180
	7.4.	Gravità quantistica a <i>loop</i> , 193
	207	Capitolo 8
		<i>La freccia del tempo</i>
	8.1.	I diversi tipi di freccia del tempo, 211
	8.2.	Naturalismo temporale e atemporale, 213
	8.3.	Che cosa scorre, quando scorre il tempo?, 216
	223	Capitolo 9
		<i>Un epilogo sinfonico per un universo matematico</i>
	227	Bibliografia

Elenco delle figure

- p. 40 Figura 3.1. Esperimento mentale dell'ascensore. A sinistra, l'osservatore nell'ascensore si trova in un sistema di riferimento non inerziale che si muove verso l'alto con accelerazione costante a . A destra, l'osservatore nell'ascensore si trova sulla superficie terrestre e avverte l'accelerazione di gravità g , sempre diretta verso il basso
- 42 Figura 3.2. Diagramma di Minkowski per due persone in avvicinamento in uno spazio-tempo piatto (a sinistra) e in uno spazio-tempo curvo (a destra).
- 57 Figura 3.3. Trasporto parallelo lungo una curva chiusa nel piano (a sinistra), e lungo un meridiano e l'equatore di una sfera (a destra). Nel primo caso la direzione del vettore trasportato non cambia a fine percorso, mentre nel secondo essa diventa opposta a quella di partenza per via della curvatura della sfera.
- 92 Figura 4.1. Restringimento dei coni di luce nel diagramma di Minkowski all'avvicinarsi all'orizzonte degli eventi.
- 94 Figura 4.2. Diagramma di Kruskal-Szekeres per un buco nero di Schwarzschild.
- 98 Figura 4.3. Diagrammi di Carter-Penrose a confronto.
- 99 Figura 4.4. Diagramma di Carter-Penrose per un buco nero di Schwarzschild esteso.
- 101 Figura 4.5. *Wormhole* prodotto dall'estensione della metrica di Schwarzschild a tutto lo spazio-tempo.

- p. 136 Figura 6.1. Diagramma $(\Omega_M, \Omega_\Lambda)$, in cui sono rappresentati i vari stati evolutivi dell'universo.
- 143 Figura 6.2. Diagramma di Kruskal-Szekeres utilizzato nel modello di Stuckey, con evidenziate le varie regioni spazio-temporali citate.
- 145 Figura 6.3. Rappresentazione delle due situazioni del modello di Stuckey: universo piatto di Friedmann all'interno dell'interfaccia (a) e all'esterno dell'interfaccia (b).
- 185 Figura 7.1. Pannello superiore: stringa aperta (a sinistra) e chiusa (a destra). Pannello inferiore: foglio di universo associato ad una stringa aperta (a sinistra) e ad una chiusa (a destra).

Capitolo 1

Spazio e tempo in fisica classica

Lo spazio e il tempo assurgono a elementi fondamentali di ogni teoria fisica, giacché ogni fenomeno osservabile si svolge nello spazio in un dato istante di tempo. Da ciò discende la logica deduzione che ogni legge fisica implichi delle relazioni spazio-temporali.

1.1 Dall'aristotelismo alla meccanica newtoniana

Nella *Fisica*, Aristotele intraprende la ricerca dei principi primi e delle cause del movimento e del mutamento, partendo dal presupposto che la natura è oggetto di scienza e che la scienza debba conoscere il perché dei fenomeni. Secondo Aristotele, i corpi tendono ad un fine, e il movimento è il processo attraverso cui questo viene realizzato. Egli distingue allora tra ciò che esiste per natura e ciò che esiste per arte: gli enti naturali posseggono in sé stessi il principio del movimento e della quiete, mentre quelli artificiali devono il loro mutamento ad un artefice esterno, come la volontà umana o la tecnica. Aristotele critica la visione parmenidea del mutamento come transizione dal non-essere all'essere, affermando invece che esso avviene sempre su un soggetto preesistente sottoposto a trasformazioni. In tal senso, il mutamento richiede tre fattori: un soggetto, una privazione (i.e., lo stato iniziale del soggetto, in cui si trovava prima di subire la trasformazione) e una forma (i.e., lo stato finale del soggetto, assunto al termine del processo). Questa tripartizione del mutamento costituisce il nucleo della dottrina aristotelica della materia e della forma: la materia è il substrato potenziale, mentre la forma è l'atto in cui essa si concreta in una certa configurazione. La materia non può sussistere separatamente

dalla forma, né viceversa, ogni ente naturale essendo una sintesi di potenza e atto. *Ergo*, nel mutamento si ha il passaggio da una determinazione ad un'altra dello stesso soggetto.

Poiché il mutamento non può prodursi in assenza di un soggetto, anche lo spazio è definito in relazione ai corpi: di conseguenza, Aristotele respinge l'idea di spazio come contenitore vuoto, introducendo al suo posto il concetto di luogo, ossia di limite interno del corpo contenente a contatto con il corpo contenuto. In altre parole, non si può immaginare uno spazio indipendente dagli oggetti che lo popolano, e il luogo rappresenta esattamente il confine tra le porzioni di esso da questi occupate. La sua celebre frase "la natura aborrisce il vuoto" nasce infatti da questa concezione relazionale dello spazio. Attraverso la specificazione dei vari tipi di causa – la causa materiale (ciò di cui un oggetto è fatto), la causa formale (la sua essenza), la causa efficiente (l'origine del suo mutamento) e la causa finale (il fine verso cui tende) –, Aristotele arriva inoltre a conferire al luogo una funzione teleologica: i corpi tendono verso i propri luoghi naturali perché è lì che possono attuare appieno la loro forma, assecondando il loro fine intrinseco. Ciascun corpo si muove quindi verso una direzione preferenziale che è espressione della sua essenza: in particolare, gli elementi pesanti (terra e acqua) vanno verso il basso, mentre quelli leggeri (fuoco e aria) verso l'alto. Ciò significa che lo spazio non è indifferente agli oggetti che lo abitano, ragion per cui esso non può essere considerato omogeneo e isotropo. Nella cosmologia aristotelica, tale direzionalità stabilisce una gerarchia tra le diverse parti dell'universo, facendo sì che esso appaia ordinato e finito. Anche il tempo è analizzato da Aristotele mediante il legame con il movimento: non a caso, egli lo identifica come il "numero del movimento secondo il prima e il poi". Il tempo è la misura del cambiamento e, in quanto tale, è sempre relativo ai mutamenti nei corpi. Lo scorrere del tempo è continuo al pari del movimento, e pertanto non è composto da istanti discreti e separati – altrimenti verrebbe meno l'accezione stessa di continuità, che implica la divisibilità in parti sempre più piccole senza che queste si allontanino l'una dall'altra e senza che vi sia un limite ultimo all'operazione di divisione. Il tempo, analogamente allo spazio, può essere prolungato indefinitamente

perché non ha un termine oltre il quale non possa proseguire. Tuttavia, non esistono un tempo e uno spazio infiniti già dati: l'infinità di spazio e tempo è infatti sempre in potenza, mai in atto.

L'aristotelismo si confermò la dottrina filosofica dominante in epoca medievale e si mantenne vivo per gran parte di quella rinascimentale. Nel Medioevo, soprattutto nei secoli XIII-XVI, le idee di spazio e tempo rimasero sostanzialmente quelle ereditate da Aristotele. Il ruolo dei matematici e dei filosofi fu quindi piuttosto marginale: fintanto che operarono all'interno di tale sistema, essi le accettarono passivamente, anziché rielaborarle. Anche nel Rinascimento continuò a prevalere il relazionismo, per cui spazio e tempo venivano intesi come strettamente legati agli oggetti materiali e ai fenomeni naturali. Fu solo tra la fine del Rinascimento e l'inizio dell'età moderna, per merito di scienziati quali Copernico, Keplero e Galileo, che lo spazio si svincolò dal concetto aristotelico di luogo, quando il moto dei corpi cominciò ad essere studiato tramite leggi matematiche, e il tempo divenne una grandezza calcolabile attraverso strumenti come l'orologio. La vera svolta si ebbe però nel XVII secolo con Newton e Leibniz, che furono protagonisti di un acceso dibattito sulla natura dello spazio e del tempo.

Nella sua opera più illustre, i *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, pubblicati per la prima volta nel 1687, Newton sviluppò una concezione dello spazio e del tempo che da quel momento in poi sarebbe stata il cardine della fisica classica per più di due secoli. L'impianto teorico dei *Principia* è costruito su alcune distinzioni concettuali radicali, la più famosa delle quali è quella tra spazio e tempo assoluti da un lato e spazio e tempo relativi dall'altro. Lo spazio assoluto è omogeneo, isotropo e matematicamente descritto, una struttura in cui si collocano i corpi. Allo stesso modo, il tempo assoluto scorre uniformemente, con un andamento costante che lo scienziato chiama "vera durata". Newton considera quindi lo spazio e il tempo assoluti come dei contenitori vuoti: entità immutabili esistenti in sé e per sé, a prescindere dagli oggetti che vi si muovono e dagli eventi che vi accadono. Al contrario, lo spazio relativo è l'estensione misurata in rapporto ad altri corpi di riferimento, mentre il tempo relativo viene misurato tramite fenomeni osservabili, come i movimenti dei corpi celesti o il funzionamento degli orologi. Ora, le esperienze empiriche

si basano sempre su spazio e tempo relativi, ma la scienza non può reggersi su di essi. Per Newton, l'esistenza di uno sfondo universale è essenziale per formulare le leggi fisiche: tra queste, la legge d'inerzia, per cui un corpo persiste nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme a meno che non sia costretto a mutarlo per opera di forze esterne. Senza lo spazio assoluto, diventerebbe impossibile definire il moto rettilineo uniforme in senso non relativo ad altri corpi, poiché ogni osservatore potrebbe supporre di essere in quiete. Il moto è mutamento di posizione all'interno dello spazio assoluto, mentre la quiete è permanenza nella stessa posizione rispetto ad esso. Queste idee emergono con chiarezza nell'esperimento mentale del "secchio di Newton", in cui lo scienziato immagina un secchio pieno d'acqua appeso ad una fune. Quando il secchio viene messo in rotazione, l'acqua resta inizialmente ferma e la sua superficie è piana. Ma, nel momento in cui l'acqua raggiunge la stessa velocità di rotazione del secchio, si genera una forza centrifuga che si manifesta con la curvatura di tale superficie e che non può essere spiegata solo in termini di moto relativo tra corpi. Essa esige, cioè, uno spazio assoluto in rapporto al quale valutare il moto accelerato, da cui si deduce che, per Newton, lo spazio assoluto rappresenta un'entità reale e necessaria per rendere conto della dinamica fisica tra corpi. Del resto, egli in persona argomenta che i giorni naturali, di consueto ritenuti uguali e pertanto usati come misura del tempo, non sono davvero tali. Gli astronomi, ad esempio, devono apportare delle correzioni alla durata dei moti celesti, essendo lo scorrere del tempo immune da qualsivoglia accelerazione, rallentamento o sfasamento ad essi associato.

Leibniz contrappone alla visione newtoniana, realista e sostanzialista, la posizione relazionista: spazio e tempo esistono non come enti metafisici, bensì come sistemi di relazioni, rispettivamente, tra oggetti e tra eventi. Lo spazio è la rete che connette le posizioni degli oggetti, mentre il tempo è l'ordine consequenziale degli eventi, il cui succedersi dà forma al cambiamento. Essi si configurano come i modi in cui le cosiddette monadi, sostanze semplici e indivisibili che compongono la realtà, si relazionano reciprocamente. Spazio e tempo risultano perciò categorie mentali, anziché *res per se subsistentes*, in quanto non possono esserci uno "spazio senza corpi" e un "tempo senza eventi". Leibniz trasse questa interpretazione dai principi filosofici di ragion sufficiente e di identità degli indiscernibili. Il principio di ragion

sufficiente stabilisce che nulla può esistere senza una ragione che spieghi la sua stessa esistenza. Il principio d'identità degli indiscernibili afferma invece che, se due oggetti non si differenziano per alcuna proprietà, allora costituiscono la medesima entità.

Il dibattito tra Newton e Leibniz si portò sul piano non solo filosofico, ma anche scientifico: se, da una parte, Newton riconosceva allo spazio e al tempo una presenza concreta ed effettiva, dall'altra Leibniz li vedeva come meri strumenti concettuali utili per descrivere il mondo. Newton, per mezzo del linguaggio della matematica e di spazio e tempo assoluti come sfondo per le leggi fisiche, cercava di edificare un modello universale e deterministico della realtà. Per contro, Leibniz sosteneva che ogni spiegazione scientifica dovesse passare attraverso la comprensione delle cause e delle ragioni ultime dell'accadimento dei fenomeni, e che queste non potessero essere disgiunte dalle connessioni tra enti.

1.2 Dal principio di relatività galileiano all'invarianza della velocità della luce

Come visto, nella meccanica newtoniana lo spazio e il tempo sono assoluti, ovvero entità autonome, vere e di carattere matematico. Tuttavia, basare la fisica su concetti astratti espone la teoria ad un rischio epistemico: quello di allontanarsi dalla realtà fenomenica. Spetta allora alla verifica empirica stabilire se nozioni quali lo spazio e il tempo assoluti corrispondano a qualcosa di effettivamente presente in natura. Inoltre, nota il fisico tedesco Max Born, parlare di spazio e tempo assoluti sembra una contraddizione in termini da parte di Newton, il cui motto era *hypotheses non fingo* (i.e., “non formulo ipotesi”), dato che l'esistenza di qualcosa non direttamente osservabile non è dimostrabile. Le definizioni di spazio e tempo assoluti appaiono dunque prive di fondamento concreto, dal momento che la fisica stessa assume l'esperienza sensibile come criterio di giudizio. Si potrebbe a questo punto obiettare che, in fisica classica, lo spazio è di fatto considerato relativo, giacché la nozione di distanza

acquista significato solo una volta precisato il sistema di riferimento nel quale viene calcolata. Viceversa, il tempo risulta uguale in tutti i sistemi di riferimento, motivo per cui esso viene indicato con una coordinata cartesiana universale e uniforme.

È, questo, il principale contenuto dei due assiomi generali della meccanica newtoniana, che introducono spazio e tempo come enti primitivi. L'assioma I enuncia l'esistenza di uno spazio fisico euclideo tridimensionale in cui si possono individuare ∞^6 terne cartesiane $Oxyz$ ortonormali distinte, ossia sistemi di coordinate differenti e arbitrari formati da un'origine O e da tre assi x, y, z perpendicolari tra loro e con norma unitaria. Se per una coppia di sistemi di coordinate $Oxyz$ e $O'x'y'z'$ in quiete o in moto relativo tra loro si sceglie la stessa unità di misura per le lunghezze, allora la distanza tra due selezionati punti (i.e., eventi) non varia nonostante le loro coordinate siano diverse in ciascun sistema di riferimento. In altri termini, le relazioni spaziali tra gli eventi dipendono soltanto dal sistema di riferimento adottato. D'altra parte, l'assioma II postula l'esistenza di un tempo assoluto del tutto indipendente dalla nozione di spazio e inteso come un insieme ordinato di infiniti elementi detti istanti. Esso non è allora subordinato né alla posizione né allo stato di quiete o di moto dell'osservatore. Ammettendo che si possa disporre di strumenti di misura del tempo opportunamente costruiti e ben funzionanti, questi dovrebbe perciò rilevare, per un dato evento, lo stesso valore di tempo in qualunque sistema di riferimento si trovi. Ne deriva la proprietà di invarianza degli intervalli temporali, per cui la durata di un certo evento è la medesima in ogni sistema di coordinate. L'universalità del tempo consente, cioè, di determinare la simultaneità in modo univoco e svincolato dall'osservatore. In conclusione, lo studio dei fenomeni fisici ha luogo in un riferimento spazio-temporale $S \equiv (Oxyz, t)$ all'interno del quale si assegnano tre coordinate spaziali ed una coordinata temporale ad ogni evento.

Naturale implicazione dell'assioma II è la cinematica dei moti relativi, che permette di confrontare i moti simultanei di un corpo in due diversi sistemi di riferimento S e S' . Da qui la famosa legge di composizione delle velocità (o teorema dei moti relativi): $\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v}$, ove $\vec{u}$ è la velocità del corpo rispetto a S (i.e., velocità assoluta), $\vec{u}'$ quella rispetto a S' (i.e., velocità relativa), e $\vec{v}$ è detta velocità di trascinamento.

Essa riveste un ruolo di particolare importanza nella meccanica newtoniana poiché legata alle trasformazioni di Galileo, essenziali per la transizione dalla fisica classica alla teoria della relatività ristretta.

Per comprendere come sia avvenuta tale svolta, conviene partire dal concetto di sistema di riferimento inerziale o galileiano – appellativo dato da Einstein in onore di Galileo, cui è attribuita la formulazione del principio d'inerzia. Si definisce inerziale un sistema di riferimento $S_I \equiv (Oxyz, t)$ in cui le coordinate spaziali sono euclidee e in cui esiste un tempo universale t in funzione del quale i punti materiali isolati, ovvero dotati di massa inerziale $m > 0$ e non sottoposti all'azione di alcuna forza, rimangono in quiete o si muovono di moto rettilineo uniforme. In pratica, secondo il principio d'inerzia, in assenza di forze esterne la velocità di un corpo è costante e può essere nulla ($u = \text{cost} = 0$) se il corpo è in quiete, o non nulla ($u = \text{cost} \neq 0$) se esso continua a muoversi con la stessa velocità lungo una linea retta. Affinché il principio d'inerzia sia valido in qualsiasi sistema di riferimento inerziale, bisogna però che un corpo in moto rettilineo uniforme in un sistema inerziale S_I sia in moto rettilineo uniforme anche in un altro sistema inerziale S'_I , condizione soddisfatta soltanto se si ammette che S_I e S'_I presentino un moto traslatorio rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro. Qualora, infatti, S'_I fosse accelerato, un osservatore in S_I vedrebbe un corpo non soggetto a forze (che appare in moto rettilineo uniforme in S_I) come avente un moto non rettilineo o una velocità variabile. Ciò rappresenterebbe un'esplicita negazione del principio d'inerzia, dal momento che in S'_I tale corpo non possiederebbe un moto rettilineo uniforme. L'assunzione di moto traslatorio assicura pertanto la coerenza del principio d'inerzia in tutti i sistemi di riferimento inerziali, rendendo questi tra loro indistinguibili. Si tratta, scrive Galileo nella *Giornata Seconda* dell'opera *Dialogo sui massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano*, di un'evidenza sperimentale: nessuna esperienza meccanica svolta all'interno di un riferimento inerziale può individuare il riferimento medesimo nella classe di tutti i riferimenti inerziali. Seguendo il ragionamento di Galileo, supponiamo che un uomo si trovi a bordo di un veliero che si muove di moto traslatorio uniforme rispetto alla Terra (i.e., il veliero e la Terra sono entrambi sistemi di riferimento inerziali). Ebbene, a parità di condizioni iniziali, ogni esperimento di fisica meccanica eseguito sul veliero

presenterà esattamente le stesse caratteristiche che avrebbe se effettuato sulla Terra. Ne consegue che, basandosi unicamente su quanto osserva, lo sperimentatore non potrebbe accorgersi del moto del veliero.

Altre proprietà dei sistemi galileiani sono l'omogeneità e l'isotropia dello spazio e l'omogeneità del tempo. Dicesi omogeneo e isotropo uno spazio costituito da punti equivalenti e privo di direzioni privilegiate, ossia in cui i risultati degli esperimenti realizzati con le medesime modalità in un laboratorio non dipendono né dall'ubicazione né dall'orientazione di questo. Dicesi, invece, omogeneo un tempo costituito da istanti equivalenti, ovvero in cui gli esperimenti di laboratorio possono avere inizio indifferentemente in qualsiasi momento. Dal punto di vista matematico, ciò significa che nello specifico contesto dei sistemi di riferimento inerziali le leggi della fisica classica si dimostrano invarianti per traslazioni e rotazioni degli assi, nonché per traslazione dei tempi, o meglio per spostamento dell'origine temporale. In tal senso, è interessante ricordare la formulazione alternativa del principio di relatività galileiano proposta da Rindler, il quale sostiene appunto che le leggi della meccanica sono invarianti per un cambiamento di sistema di coordinate inerziali. Dalle proprietà di omogeneità e isotropia spaziale e di omogeneità temporale discende, inoltre, il principio di reciprocità del moto: dati due riferimenti galileiani S_I e S'_I in moto traslatorio uniforme l'uno rispetto all'altro, è equipollente supporre che S_I sia in quiete e S'_I in moto con velocità $\vec{v}$, o che S'_I sia in quiete e S_I si muova con velocità $-\vec{v}$. Ma, soprattutto, esse assicurano che le trasformazioni di coordinate da un sistema di riferimento inerziale all'altro siano lineari (i.e., coinvolgano solo le operazioni di somma e moltiplicazione) e invertibili (i.e., consentano di tornare alle coordinate del sistema di riferimento di partenza mediante una formula inversa).

Capitolo 7

Gravità quantistica

Un ponte tra macroscopico e microscopico

Quali sono gli elementi matematici irrinunciabili che una teoria descrittiva della realtà intera, una “teoria del tutto”, dovrebbe possedere? È possibile derivare le sue equazioni da un insieme di principi di simmetria, e come li si potrebbe utilizzare per spiegare l’origine e l’evoluzione dell’universo? Per quale motivo la forza di gravità è così diversa dalle altre interazioni fondamentali?

Sono, queste, le domande che hanno segnato la ricerca di una teoria unificata capace di conciliare i due grandi pilastri della fisica moderna, la relatività generale e la meccanica quantistica, in una visione globale che va sotto il nome di gravità quantistica. La relatività generale di Einstein interpreta la gravità come la manifestazione della curvatura dello spazio-tempo, influenzata dalla presenza di materia ed energia. In essa viene adottata un’ottica deterministica in cui le condizioni iniziali di un sistema sono sufficienti a definirne in modo univoco lo sviluppo e il campo gravitazionale è trattato come una grandezza continua, ovvero tale da assumere qualsiasi valore all’interno di un intervallo prestabilito. D’altro canto, la meccanica quantistica si occupa della fenomenologia associata alle particelle subatomiche, imponendo delle restrizioni ai valori ammissibili dalle grandezze fisiche caratterizzanti, come energia e momento angolare: vengono istituiti, cioè, dei livelli discreti minimi ed indivisibili detti quanti. Lo spazio-tempo è concepito come un’entità fissa e immutabile, un mero “palcoscenico” per le interazioni tra particelle, piuttosto che come un tessuto dinamico e deformabile dall’azione della gravità. Inoltre, la meccanica quantistica

predice non un singolo esito, bensì una serie di esiti possibili per l'osservazione, specificando quanto ciascuno sia probabile: essa introduce, pertanto, una componente ineliminabile di imprevedibilità e di casualità nella scienza.

Le due teorie, per quanto imprescindibili ai fini della comprensione della natura, operano in contesti molto diversi e seguono schemi apparentemente incompatibili tra loro. Si potrebbe quindi affermare che la relatività generale esercita il predominio sul mondo macroscopico e che la meccanica quantistica governa quello microscopico. Ma cosa significa, concretamente, "quantizzare" la gravità?

La relatività generale non si adatta facilmente al formalismo quantistico: per quantizzare la gravità, bisognerebbe elaborare una teoria in cui il campo gravitazionale sia soggetto a fluttuazioni quantistiche e rappresentato da stati discreti in uno spazio-tempo statico, analogamente ai campi delle altre forze. Uno dei maggiori problemi che si incontrano quando si cerca di trasferire i metodi tradizionali della teoria quantistica dei campi alla gravità è l'emergere di quantità infinite che non possono essere cancellate attraverso il procedimento di rinormalizzazione, con cui tipicamente si rimuovono le divergenze per ottenere risultati finiti. Poiché il numero di correzioni necessarie cresce rapidamente ad ogni ordine di calcolo, non si riesce ad assorbirle interamente mediante l'inserimento di nuovi parametri e costanti arbitrarie nelle equazioni che regolano la teoria. Fare ciò equivarrebbe infatti ad annullare completamente il potere predittivo di questa e a generare *output* privi di senso fisico. Per implicazione, la gravità non è rinormalizzabile e non può, a corollario, essere inquadrata analiticamente all'interno delle teorie di campo quantistiche: serve, insomma, un approccio innovativo.

Sebbene manchi ancora un'idea chiara e precisa su come dovrebbe essere una teoria coerente della gravità quantistica, si possono individuare alcuni caratteri essenziali che essa dovrebbe possedere. Partendo dal presupposto che la relatività generale, nella sua attuale formulazione, fallisce nel tentativo di rendere conto dell'inizio dell'universo giacché in quel regime estremo gli effetti quantistici, non trascurabili, potrebbero inibire la formazione di singolarità, si può pensare ad essa come al limite macroscopico di una teoria di fondo che incorpori le leggi della meccanica quantistica. Un secondo aspetto cruciale è l'estensione del principio di sovrapposizione

allo spazio-tempo stesso. A tal scopo si può utilizzare il metodo della somma sulle storie di Feynman, in cui, anziché adottare un'unica geometria spazio-temporale determinata dalle equazioni della relatività generale, si devono considerare tutte le configurazioni che potrebbero esistere tra due selezionati stati dell'universo e sommare le loro rispettive ampiezze di probabilità. In questo modo, l'universo avrà non una sola storia, ma un insieme di possibili storie, ognuna più o meno probabile. Tuttavia, l'applicazione diretta della somma sulle storie di Feynman alla gravità quantistica presenta gravi difficoltà tecniche, tra cui proprio la rinormalizzazione delle divergenze matematiche. Per evitare la loro comparsa, si ricorre allora al concetto di tempo immaginario: misurando il tempo con i numeri immaginari (i.e., numeri che contengono l'unità immaginaria i , tale che $i^2 = -1$), lo spazio-tempo acquista una struttura puramente euclidea, ossia avente quattro dimensioni spaziali al posto di tre spaziali e una temporale. Detto altrimenti, la distinzione tra spazio e tempo svanisce quando quest'ultimo si comporta come un'ulteriore dimensione spaziale. L'uso del tempo immaginario ha un impatto notevole sulla concezione di spazio-tempo: esso potrebbe apparire finito, ma privo di una singolarità che ne definisca il confine. In assenza di un bordo cui dover assegnare delle condizioni fisiche – le cosiddette condizioni al contorno –, l'universo diventerebbe totalmente autonomo: una prospettiva che si discosta di netto da quella della relatività generale, secondo cui l'universo o esiste da un tempo infinito o si è originato da singolarità in un tempo finito nel passato. Questa peculiarità dello spazio-tempo della gravità quantistica si ricollega al terzo requisito basilare che la teoria dovrebbe soddisfare, ovvero l'abolizione delle singolarità. Il metodo della somma sulle storie di Feynman combinato con l'impiego del tempo immaginario ha il suo perno nella quantizzazione lagrangiana, dove si conteggia ogni potenziale evoluzione dello spazio-tempo compresa tra uno stato iniziale e uno finale. Esso fu proposto da Hawking e diede luogo a quella che viene chiamata gravità quantistica euclidea. L'orientamento opposto è dato invece dalla quantizzazione canonica o hamiltoniana, in cui la relatività generale viene riscritta in termini di variabili canoniche (i.e., coppie di variabili, come la posizione q e il momento coniugato p , che esprimono lo stato di un sistema fisico nella meccanica hamiltoniana) e lo spazio-tempo viene diviso in due blocchi, comprendenti l'uno

le tre dimensioni spaziali e l'altro la dimensione temporale. La metrica spazio-temporale viene parimenti scomposta in due parti: una metrica tridimensionale $g_{i,j}$ con $i, j = 1, \dots, 3$, che descrive la geometria delle superfici spaziali, e delle quantità aggiuntive che indicano come esse si muovono e cambiano nel tempo. Tali quantità sono la *lapse function*, che controlla la separazione temporale tra superfici successive, e lo *shift vector*, che valuta gli eventuali slittamenti nelle coordinate spaziali di queste. In particolare, le variabili canoniche scelte per la gravità quantistica canonica sono la metrica tridimensionale $g_{i,j}$ delle superfici spaziali, che gioca il ruolo della posizione q , e il momento coniugato $\pi^{i,j}$, che sostituisce il momento coniugato p . Questo formalismo, istituito tra il 1959 e il 1961 da Arnowitt, Deser e Misner, è noto con l'appellativo di ADM, e consente di avvalersi degli strumenti matematici convenzionali della meccanica quantistica anche nel caso della gravità e di applicare ad essa il metodo perturbativo, sviluppando piccole fluttuazioni della metrica attorno ad uno spazio-tempo fisso. Grazie ad esso si costruisce l'equazione di Wheeler-DeWitt, la cui forma è simile a quella dell'equazione di Schrödinger, fatto salvo per l'annullarsi della derivata rispetto al tempo $\frac{\partial}{\partial t}$ della funzione d'onda Ψ :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(q, t) = \hat{H} \Psi(q, t) \longrightarrow \hat{\mathcal{H}} \Psi[g_{ij}] = 0, \quad (7.1)$$

con $\hat{H}$ operatore hamiltoniano del sistema. Nemmeno la scomparsa del parametro t dalla funzione d'onda è un dettaglio tecnico irrilevante. Infatti, la mancanza di un elemento temporale che scandisca l'evoluzione dello stato quantico dell'universo nell'equazione di Wheeler-DeWitt segnala che, a differenza della relatività generale, il tempo in meccanica quantistica è concepito come una grandezza assoluta. Di conseguenza, tale equazione circoscrive gli stati quantici spazio-temporali fisicamente ammessi, ma non fornisce informazioni sulla loro variabilità temporale.

Il formalismo ADM, nondimeno, si rivela comunque incompleto e insufficiente: esso si radica nella separazione tra spazio e tempo – tratto incompatibile con la relatività generale –, e non risolve il problema della rinormalizzazione degli infiniti. Ciò ha portato ad un bivio nella ricerca della gravità quantistica. Da un lato, si è ritenuto che la relatività generale dovesse essere superata e che bisognasse cercare

una teoria più fondamentale in cui la metrica dello spazio-tempo non comparisse neanche in veste di variabile di base. È questa la strada intrapresa dalle teorie di stringa, centrate sulla dinamica di nuovi oggetti – le stringhe – in uno spazio-tempo avente più di quattro dimensioni, ed entro le quali la relatività generale figura come approssimazione a basse energie. Dall'altro lato, si è continuato a credere che la quantizzazione della gravità dovesse muovere dalla relatività generale, ma a patto di servirsi poi del metodo non perturbativo. La gravità quantistica a *loop* si attiene a questa impostazione, nel tentativo di offrire una rilettura quantistica dello spazio-tempo, mantenuto quadridimensionale, senza assumere a priori una metrica di riferimento. Entrambi i filoni affrontano sfide critiche della cosmologia (e.g., la singolarità del Big Bang e la natura dell'universo primordiale), proponendo ciascuno la propria soluzione al problema della quantizzazione della gravità.

Eppure, resta il fatto che non si dispone ancora di evidenze sperimentali conclusive che possano confermare quale sia la direzione giusta. Onde la domanda: per unificare la gravità con la meccanica quantistica, si deve modificare la struttura dello spazio-tempo, includendo dimensioni extra, oppure quantizzare direttamente la geometria di questo nelle quattro dimensioni canoniche? Per trovare una risposta, il percorso prende avvio dal Modello Standard delle particelle elementari.

Capitolo 9

Un epilogo sinfonico per un universo matematico

Il tempo, lo spazio e il destino dell'universo: tre concetti che, accostati, tracciano il perimetro entro cui si è sviluppato l'intero percorso di queste pagine. Da Aristotele a Newton, da Einstein a Hawking, spazio e tempo si sono intrecciati in una trama che ha attraversato la storia della fisica, passando di secolo in secolo fino ai giorni nostri. Inizialmente concepiti come coordinate di ogni fenomeno, trasformatisi poi in entità assolute e immutabili, per diventare infine grandezze relative, essi hanno scandito – proprio come metri per le misure di lunghezza e lancette di orologi per quelle di durata – l'evoluzione del cosmo, tessendo un filo invisibile che unisce gli eventi in un unico flusso, incessante e dinamico.

Grazie alla relatività generale, è ormai noto che spazio e tempo possono essere manipolati per ottenere scenari fisici estremi. I buchi neri, nati come mere soluzioni matematiche delle equazioni di campo di Einstein, permettono infatti di ipotizzare spostamenti non solo da un punto all'altro dell'universo, ma anche tra passato, presente e futuro. La fantasia e la fisica teorica si fondono così nelle definizioni di *wormholes* e macchine del tempo, portando sul palcoscenico della fisica teorica una narrazione ai confini dell'immaginabile.

Tuttavia, le stesse speculazioni che aprono le porte ai viaggi nel tempo conducono inevitabilmente a paradossi di causalità, contraddizioni logiche che evidenziano i limiti intrinseci nella struttura lineare del tempo. Una visione plurale dello spaziotempo, in cui ogni deviazione temporale non altera il passato di un singolo universo, ma genera ramificazioni indipendenti, è la chiave per conservare l'integrità della fisica. Universi paralleli, tra loro incomunicanti e ciascuno con il proprio corso

di eventi, costituiscono ciò che gli scienziati chiamano multiverso. La teoria del multiverso scardina l'idea di tempo come sequenza uniforme e unitaria, mettendo in discussione il significato delle nozioni di “prima” e “dopo”. La riflessione sul senso di “inizio” e “fine” di un universo viene portata avanti nei modelli ciclici, cosmologie non standard dove l'avvicinarsi di fasi di espansione e contrazione dà origine ad universi sempre nuovi, senza soluzione di continuità.

L'indagine sulla natura ultima dell'universo sfocia nella ricerca di una teoria capace di unificare le leggi che governano il regno macroscopico, descritto dalla relatività generale, e quello microscopico, dominio della meccanica quantistica: una “teoria del tutto”, fondata sulla quantizzazione della gravità. D'altronde, la necessità di quantizzare la gravità emerge spontaneamente dalle lacune del Modello Standard delle particelle elementari, che include tutte le interazioni fondamentali – elettromagnetica, nucleare debole e nucleare forte – eccetto la gravità. Dalla teoria delle stringhe, che modifica la struttura dello spazio-tempo aggiungendo dimensioni extra, alla gravità quantistica a *loop*, che, utilizzando il formalismo ADM, agisce invece direttamente sulle quattro dimensioni canoniche, diverse sono state le strategie proposte per tradurre la gravità nel linguaggio della meccanica quantistica. Ciononostante, ad oggi nessuno si è rivelato conclusivo, tanto che meccanismi fisici ibridi come l'evaporazione dei buchi neri tramite radiazione termica di Hawking rimangono ancora privi di spiegazione.

L'incompatibilità tra relatività generale e meccanica quantistica si manifesta anche nella trattazione formale del tempo: se, nella prima, il tempo compare come variabile interna in quanto legato alla geometria dello spazio-tempo, nella seconda esso risulta un parametro esterno rispetto al quale la funzione d'onda evolve. Nella gravità quantistica si arriva addirittura alla sua dissoluzione, dal momento che le equazioni principali della teoria (come quella di Wheeler-DeWitt) non lo contengono più in modo esplicito. La percezione dello scorrere del tempo deriva allora dal mutuo cambiamento delle grandezze fisiche coinvolte. L'atemporalità della gravità quantistica si scontra così con la direzionalità temporale osservata nel mondo macroscopico: l'esperienza quotidiana mostra un universo irreversibilmente orientato, caratterizzato

dall'aumento dell'entropia e dalla successione degli eventi dal passato verso il futuro. Esiste quindi una freccia del tempo, che presuppone uno stato iniziale a bassissima entropia, una configurazione altamente ordinata e statisticamente improbabile.

La relatività e la meccanica quantistica hanno progressivamente dissolto la lettura ingenua del tempo newtoniano, ma non sono riuscite a cancellare la freccia del tempo: essa avanza inarrestabile attraverso lo spazio, scrivendo epoca dopo epoca il destino dell'universo. È una melodia cosmica composta da lettere, simboli e numeri, talvolta armoniosa talvolta un po' dissonante, che parla di matematica, fisica e filosofia, accompagnandoci alla scoperta del tutto che ci circonda. In fin dei conti, come diceva Bach, «se un uomo trascura la musica, cammina nell'oscurità».